

ДОМАШНИЙ УЧИТЕЛЬ

В. И. Савченко

Проверяем домашние задания

АЛГЕБРА

9 класс

К учебному пособию «Алгебра 9»
(авторы И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко) 2019 г. изд.

Минск



«Сэр–Вит»

ОТ АВТОРА

Предлагаемое пособие содержит рекомендации по решению примеров и задач из учебного пособия «Алгебра 9» (И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко) 2019 года издания.

Основные назначения пособия: 1) помочь учащимся при выполнении домашних заданий; 2) помочь родителям учащихся в проверке домашних заданий; 3) помочь студентам-практикантам и молодым специалистам.

Совет для учащихся: не спешите увидеть готовое решение. Попробуйте свои силы и решите задачу самостоятельно, после чего сверьте свое решение с предлагаемым. Не волнуйтесь, если ваше решение не совпадет с тем, что есть в данном пособии, возможно, задача имеет несколько решений (но в этом случае результат должен быть одинаковым).

Названия глав и параграфов, их нумерация, нумерация задач в рекомендациях и учебном пособии идентичны.

Желаю успеха!

Повторение курса алгебры 7-8-х классов

1. а) $3^{-2+5} = 3^3 = 27$;
б) $7^{-8+8} = 7^0 = 1$;
в) $12^{8-6} = 12^2 = 144$;
г) $5^{-9-(-7)} = 5^{-9+7} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$;
д) $3^{2 \cdot 2} = 3^4 = 81$;
е) $0,1^{3 \cdot (-1)} = 0,1^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-3} = 10^3 = 1000$;
ж) $(2 \cdot 9)^5 \cdot 9^{-5} = 2^5 \cdot 9^5 \cdot 9^{-5} = 2^5 \cdot 9^{5+(-5)} = 2^5 \cdot 9^0 = 2^5 \cdot 1 = 2^5 = 32$;
з) $\frac{38^4}{19^4} = \left(\frac{38}{19}\right)^4 = 2^4 = 16$;
и) $2^2 \cdot \left(\frac{2}{10}\right)^{-2} = 4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 4 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$;
к) $(0,7 : 1,4)^{-3} = \left(\frac{0,7}{1,4}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{14}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$.
2. а) $3^4 \cdot 3^{-5} = 3^{4+(-5)} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$;
б) $10^3 \cdot 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$;
в) $(5^3)^{-4} : (5^2)^{-6} = 5^{-12} : 5^{-12} = 5^{-12-(-12)} = 5^{-12+12} = 5^0 = 1$;
г) $7^{-15} \cdot 49^8 = 7^{-15} \cdot (7^2)^8 = 7^{-15} \cdot 7^{16} = 7^{-15+16} = 7^1 = 7$;
д) $\frac{(6^2)^{-5}}{6^{-3+(-5)}} = \frac{6^{-10}}{6^{-8}} = 6^{-10-(-8)} = 6^{-10+8} = 6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$;
е) $\left((2^2)^{-10} \cdot 2^{21}\right)^{-4} = (2^{-20} \cdot 2^{21})^{-4} = (2^{-20+21})^{-4} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$.

3. а) $5^{7+(-5)} = 5^2 = 25$;
 б) $10^{9-6} = 10^3 = 1000$;
 в) $0,1^{-4} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} = 10^4 = 10\ 000$;
 г) $\left(1,6 \cdot \frac{1}{8}\right)^3 = \left(\frac{16}{10} \cdot \frac{1}{8}\right)^3 = \left(\frac{8}{5} \cdot \frac{1}{8}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125} = 0,008$;
 д) $\left(\frac{2,8}{1,4}\right)^5 = \left(\frac{28}{14}\right)^5 = 2^5 = 32$;
 е) $2^4 \cdot 2^{-6} = 2^{4+(-6)} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$;
 ж) $6^{-17} : 36^{-8} = 6^{-17} : (6^2)^{-8} = 6^{-17} : 6^{-16} = 6^{-17-(-16)} = 6^{-17+16} = 6^{-1} = \frac{1}{6}$;
 з) $\frac{7^{-3} \cdot (7^2)^{-4}}{7^{-9}} = \frac{7^{-3} \cdot 7^{-8}}{7^{-9}} = \frac{7^{-3+(-8)}}{7^{-9}} = \frac{7^{-11}}{7^{-9}} = 7^{-11-(-9)} = 7^{-11+9} = 7^{-2} =$
 $= \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$
4. а) $a^2 - b^2 - a^2 + a = -b^2 + a$;
 б) $m^2 + 2 \cdot m \cdot 2 + 2^2 + 4m^2 - 4m = m^2 + 4m + 4 + 4m^2 - 4m = 5m^2 + 4$;
 в) $b^2 - 2 \cdot b \cdot 5 + 5^2 - (b^2 - 9) = b^2 - 10b + 25 - b^2 + 9 = -10b + 34$;
 г) $c^2 + 8c - 2c - 16 - (c^2 - 2 \cdot c \cdot 3 + 3^2) = c^2 + 6c - 16 - (c^2 - 6c + 9) =$
 $= c^2 + 6c - 16 - c^2 + 6c - 9 = 12c - 25$.
5. а) $5(2a - 7b)$; б) $x(5 + y)$; в) $2a(b - 2c)$;
 г) $3a(a + 4b)$; д) $b^2(2b^2 - 1)$; е) $3ab(7a + 1)$.
6. а) $(a - 5)(a + 5)$; б) $(4 - 3x)(4 + 3x)$;
 в) $(2m - 7n^2)(2m + 7n^2)$; г) $(ab - 1)(ab + 1)$.
7. а) $(a^2 + 3a) + (ab + 3b) = a(a + 3) + b(a + 3) = (a + 3)(a + b)$;
 б) $(15m + 3m^2) - (5n + mn) = 3m(5 + m) - n(5 + m) = (5 + m)(3m - n)$.

8. а) $(a+2)^2$; б) $(3b-1)^2$; в) $(m-9n)^2$; г) $(x^2+y)^2$.

9. а) $x^2 - 8x - 9 = 0$; $D = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9) = 64 + 36 = 100$;

$$x_1 = \frac{-(-8) + \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9;$$

$$x_2 = \frac{-(-8) - \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{8-10}{2} = \frac{-2}{2} = -1; \quad x^2 - 8x - 9 = (x-9)(x+1);$$

б) $6x^2 - 7x + 1 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 49 - 24 = 25$;

$$x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{25}}{2 \cdot 6} = \frac{7+5}{12} = \frac{12}{12} = 1;$$

$$x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{25}}{2 \cdot 6} = \frac{7-5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6};$$

$$6x^2 - 7x + 1 = 6(x-1)\left(x - \frac{1}{6}\right) = (x-1)(6x-1);$$

в) $-x^2 - 5x + 6 = 0 \mid \cdot (-1)$; $x^2 + 5x - 6 = 0$;

$$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 + 24 = 49;$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{-5+7}{2} = \frac{2}{2} = 1;$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{-5-7}{2} = \frac{-12}{2} = -6;$$

$$-x^2 - 5x + 6 = -(x-1)(x+6) = (1-x)(x+6);$$

г) $5x^2 + 11x + 2 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 121 - 40 = 81$;

$$x_1 = \frac{-11 + \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = \frac{-11+9}{10} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5};$$

$$x_2 = \frac{-11 - \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = \frac{-11-9}{10} = \frac{-20}{10} = -2;$$

$$5x^2 + 11x + 2 = 5\left(x + \frac{1}{5}\right)(x+2) = (5x+1)(x+2).$$

10. а) $4a(2b-c)$ – вынесение общего множителя за скобки;

б) $3xy(2x-1)$ – вынесение общего множителя за скобки;

- в) $(m-6)(m+6)$ – разложение на множители с использованием формул сокращенного умножения;
- г) $(5-2y)(5+2y)$ – разложение на множители с использованием формул сокращенного умножения;
- д) $(a^2-4a)+(ab-4b)=a(a-4)+b(a-4)=(a+b)(a-4)$ – разложение на множители способом группировки;
- е) $(x^3-x^2)+(x-1)=x^2(x-1)+(x-1)=(x-1)(x^2+1)$ – разложение на множители способом группировки.

11. а) $(x-5)^2$; б) $(2a+b)^2$.

12. а) $x^2-2x-8=0$; $D=2^2-4\cdot 1\cdot (-8)=4+32=36$;

$$x_1 = \frac{-(-2)+\sqrt{36}}{2\cdot 1} = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4;$$

$$x_2 = \frac{-(-2)-\sqrt{36}}{2\cdot 1} = \frac{2-6}{2} = \frac{-4}{2} = -2;$$

$$x^2-2x-8=(x-4)(x+2);$$

б) $5x^2+6x+1=0$; $D=6^2-4\cdot 5\cdot 1=36-20=16$;

$$x_1 = \frac{-6+\sqrt{16}}{2\cdot 5} = \frac{-6+4}{10} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5};$$

$$x_2 = \frac{-6-\sqrt{16}}{2\cdot 5} = \frac{-6-4}{10} = \frac{-10}{10} = -1;$$

$$5x^2+6x+1=5\left(x+\frac{1}{5}\right)(x+1)=(5x+1)(x+1).$$

13. а) $9-\frac{2}{3}=8\frac{3}{3}-\frac{2}{3}=8\frac{1}{3}$; д) $\sqrt{0,25}\cdot\sqrt{81}=0,5\cdot 9=4,5$;

б) $2\cdot 6+\frac{8}{4}=12+2=14$; е) $\sqrt{2\cdot 800}=\sqrt{1600}=40$;

в) $5-13=-8$; ж) $\frac{\sqrt{0,01}}{\sqrt{225}}=\frac{0,1}{15}=\frac{1}{150}$;

г) $4\cdot 3+(\sqrt{2})^2=12+2=14$; з) $\sqrt{\frac{450}{2}}=\sqrt{225}=15$.

14. а) $7\sqrt{2 \cdot 100} - \sqrt{2 \cdot 25} = 7 \cdot 10\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 70\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 65\sqrt{2}$ – число иррациональное;
- б) $(2\sqrt{3} - \sqrt{9 \cdot 3})\sqrt{3} = (2\sqrt{3} - 3\sqrt{3})\sqrt{3} = -\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = -3$ – число рациональное;
- в) $(6 - \sqrt{2})(6 + \sqrt{2}) = 6^2 - (\sqrt{2})^2 = 36 - 2 = 34$ – число рациональное;
- г) $(\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 1 + 1^2 + \sqrt{4 \cdot 3} = 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} = 4$ – число рациональное.

15. а) $\frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{15 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$;
- в) $\frac{4 \cdot (\sqrt{5} + 1)}{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)} = \frac{4 \cdot (\sqrt{5} + 1)}{(\sqrt{5})^2 - 1^2} = \frac{4 \cdot (\sqrt{5} + 1)}{5 - 1} = \frac{4 \cdot (\sqrt{5} + 1)}{4} = \sqrt{5} + 1$;
- г) $\frac{2 \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5})}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})} = \frac{2 \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{2 \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5})}{7 - 5} = \frac{2 \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5})}{2} = \sqrt{7} - \sqrt{5}$.

16. а) $6 + \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$; б) $3 - 15 = -12$;
- в) $\sqrt{0,49} \cdot \sqrt{64} = 0,7 \cdot 8 = 5,6$; г) $\sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16} = 4$;
- д) $5\sqrt{9 \cdot 3} - 15\sqrt{3} = 5 \cdot 3\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 15\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 0$;
- е) $(\sqrt{5} + \sqrt{4 \cdot 5})\sqrt{5} = (\sqrt{5} + 2\sqrt{5})\sqrt{5} = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 5 = 15$;
- ж) $1^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 - 3 = -2$;
- з) $(\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 + 3^2 - \sqrt{2 \cdot 36} = 2 + 6\sqrt{2} + 9 - 6\sqrt{2} = 11$.

17. а) $5x - 2x - 6 = 9$;
 $3x = 9 + 6$; $3x = 15$; $x = 15 : 3$; $x = 5$.

Ответ: 5.

б) $3x - 3 - 4x - 20 = 7 - 2x$;
 $-x - 23 = 7 - 2x$; $-x + 2x = 7 + 23$; $x = 30$.

Ответ: 30.

в) $18 \cdot \frac{x+2}{9} - 18 \cdot \frac{1-x}{18} = 18 \cdot 1$;
 $2 \cdot (x+2) - (1-x) = 18$; $2x + 4 - 1 + x = 18$; $3x + 3 = 18$;
 $3x = 18 - 3$; $3x = 15$; $x = \frac{15}{3}$; $x = 5$.

Ответ: 5.

г) $x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 10 = x^2 + 5x$; $x^2 + 6x + 9 - 10 = x^2 + 5x$;
 $x^2 + 6x - 1 = x^2 + 5x$; $6x - 1 = 5x$; $6x - 5x = 1$; $x = 1$.

Ответ: 1.

18. а) $3x - 5x + 5 > 7$;
 $-2x + 5 > 7$; $-2x > 7 - 5$; $-2x > 2$;
 $x < 2 : (-2)$; $x < -1$; $x \in (-\infty; -1)$.



Ответ: $(-\infty; -1)$.

б) $12 \cdot \frac{x-1}{3} \leq 12 \cdot 2x + 12 \cdot \frac{3x+1}{4}$;
 $4 \cdot (x-1) \leq 24x + 3 \cdot (3x+1)$; $4x - 4 \leq 24x + 9x + 3$;
 $4x - 4 \leq 33x + 3$; $4x - 33x \leq 3 + 4$; $-29x \leq 7$; $x \geq 7 : (-29)$;
 $x \geq -\frac{7}{29}$; $x \in \left[-\frac{7}{29}; +\infty\right)$.

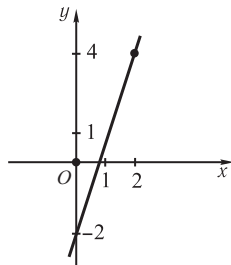


Ответ: $\left[-\frac{7}{29}; +\infty\right)$.

19. а) Построим график функции $y = 3x - 2$.

Это линейная функция;
график – прямая линия.

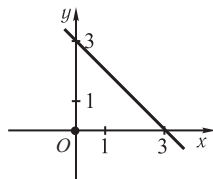
x	0	2
y	-2	4



- б) Построим график функции $y = -x + 3$.

Это линейная функция;
график – прямая линия.

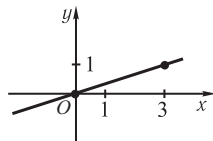
x	0	3
y	3	0



- в) Построим график функции $y = \frac{x}{3}$.

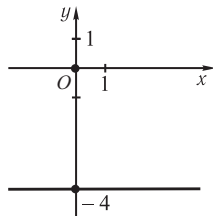
Это прямая пропорциональность;
график – прямая линия.

x	0	3
y	0	1



- г) Построим график функции $y = -4$.

Это линейная функция, коэффициент которой равен нулю. График – прямая линия, проходящая через точку $(0; -4)$ параллельно оси абсцисс.



20.

а) $D = (-\infty; +\infty)$;

б) $E = (-\infty; +\infty)$;

в) $-5x + 35 = 0$; $-5x = -35$; $x = -35 : (-5)$; $x = 7$;

г) $-5x + 35 > 0$; $-5x > -35$; $x < -35 : (-5)$; $x < 7$;
 $y > 0$ при $x \in (-\infty; 7)$; $y < 0$ при $x \in (7; +\infty)$;

д) $k = -5$;

е) если $x = 0$, то $y = -5 \cdot 0 + 35 = 35$; координаты точки: $(0; 35)$.

Содержание

От автора	3
Повторение курса алгебры 7-8-х классов	4
Глава 1. Рациональные выражения	
§ 1. Рациональная дробь.....	21
§ 2. Основное свойство рациональной дроби. Сокращение рациональных дробей.....	28
§ 3. Сложение и вычитание рациональных дробей.....	47
§ 4. Умножение и деление рациональных дробей	71
§ 5. Преобразования рациональных выражений.....	85
Глава 2. Функции	
§ 6. Функция числового аргумента. Область определения, множество значений. Способы задания функции.....	118
§ 7. Свойства функции	131
§ 8. Четные и нечетные функции	140
§ 9. Построение графиков функций $y = f(x) \pm b$, $y = f(x \pm a)$	147
Глава 3. Дробно-рациональные уравнения и неравенства	
§ 10. Дробно-рациональные уравнения	164
§ 11. Системы нелинейных уравнений.....	218
§ 12. Формула длины отрезка с заданными координатами его концов. Уравнение окружности	265
§ 13. Дробно-рациональные неравенства. Метод интервалов для решения рациональных неравенств	276
Глава 4	
§ 14. Числовая последовательность	322
§ 15. Арифметическая прогрессия	328
§ 16. Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии	343
§ 17. Геометрическая прогрессия	359
§ 18. Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии	373
§ 19. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.....	386
Итоговое повторение.....	397
Числа и вычисления	397
Выражения и их преобразования	407
Функции и их свойства.....	424
Уравнения, неравенства, системы.....	441