

ШКОЛЬНАЯ ПРОГРАММА

С. А. Киселёва

Решения с пояснениями

к Сборнику заданий для выпускного экзамена
по учебному предмету «Математика»

за период обучения и воспитания на II ступени
общего среднего образования

Минск



«Сэр-Вит»

2025

От автора

Предлагаемое пособие направлено на подготовку учащихся 9-х классов к выпускному экзамену по математике.

Рекомендую пользоваться пособием параллельно со «Сборником заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования», так как в данном пособии приведены решения заданий из этого сборника.

Совет для учащихся: вначале решите задания самостоятельно. Затем сверьте свой ответ с ответом, указанным в настоящем пособии. Если у вас получился другой ответ, постарайтесь найти допущенную ошибку и только после этого сверьте свое решение с предлагаемым в пособии. Многие математические задачи имеют несколько путей решения, но ответ будет одинаковым. Вдумчивая и последовательная работа позволит вам систематизировать изученный ранее материал и не только подготовиться к экзамену, но и успешно продолжить изучение математики в старших классах или колледже.

В данном пособии приведены авторские подходы к оформлению решения задач. Рекомендации по оформлению решения имеют общий характер. Каждый учитель математики формирует свои методы и подходы к решению и оформлению решения задач. Поэтому очень важно во время выполнения экзаменационной работы ориентироваться на рекомендации вашего учителя математики.

Желаю вам терпения и успехов!

Вариант 1

1. Ответ: г).

2. $5a^{4-(-15)} = 5a^{4+15} = 5a^{19}$.

Ответ: б).

3. Ответ: г).

4. 1) $x^2 - 3x \leq 0$.

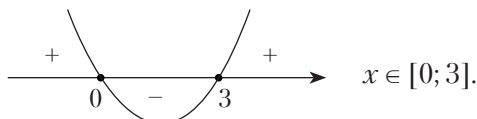
Найдем нули функции:

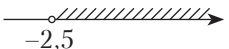
$$y = x^2 - 3x.$$

$$x^2 - 3x = 0; \quad x(x - 3) = 0;$$

$$\begin{cases} x = 0, \\ x - 3 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0, \\ x = 3. \end{cases}$$



2) $x > -2,5$  $x \in (-2,5; +\infty)$.

3)  $x \in (-2,5; +\infty)$.

Наименьшее целое решение $x = -2$.

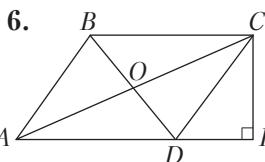
Ответ: -2.

5. $x^2 - 12x + 35 = 0$; $D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 35 = 144 - 140 = 4$;

$$x_1 = \frac{12 - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{12 - 2}{2} = \frac{10}{2} = 5; \quad x_2 = \frac{12 + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{12 + 2}{2} = \frac{14}{2} = 7;$$

$$\frac{(x-5)(x-7)}{(x-5)^2} = \frac{x-7}{x-5}. \quad \text{При } x=3 \quad \frac{x-7}{x-5} = \frac{3-7}{3-5} = \frac{-4}{-2} = 2.$$

Ответ: 2.



Дано: $ABCD$ – параллелограмм; $BC = 10$ см;
высота $CH = 6$ см.

Найти: S_{AOB} .

Решение

1) По свойству параллелограмма $AD = BC = 10$ см.

2) $S_{ABCD} = AD \cdot CH = 10 \cdot 6 = 60$ (см²).

7. Так как график функции $y = f(x)$ симметричен относительно оси ординат, то функция $y = f(x)$ – четная. Тогда

$$f(3) = f(-3) = 5;$$

$$f(-2) = f(2) = -6;$$

$$f(3) + 2f(-2) = 5 + 2 \cdot (-6) = 5 - 12 = -7.$$

Ответ: -7 .

8. 1) $x^2 + y^2 = 16$.

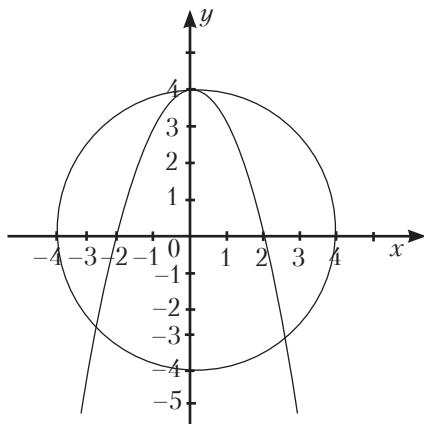
Это окружность с центром в начале координат и радиусом, равным 4.

2) $y = -x^2 + 4$.

Это квадратичная функция, ее график – параболу можно построить по точкам:

x	0	± 1	± 2	± 3
y	4	3	0	-5

Ответ: 3 решения.



9. Пусть x г – масса первоначального раствора, тогда $\frac{30}{x} \cdot 100\%$ –

процентная концентрация соли этого раствора, а $\frac{30}{x+100} \cdot 100\%$ – концентрация полученного раствора. Так как концентрация соли уменьшилась на 5 %, составим и решим уравнение:

$$\frac{30}{x} \cdot 100 - \frac{30}{x+100} \cdot 100 = 5;$$

$$\frac{600}{x} - \frac{600}{x+100} = 1;$$

$$\frac{600}{x} - \frac{600}{x+100} - 1 = 0;$$

$$\frac{600(x+100) - 600x - x(x+100)}{x(x+100)} = 0;$$

3. Ответ: 6).

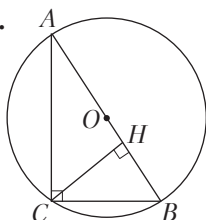
4. $x^2 - 0,64 = 0;$

$(x + 0,8)(x - 0,8) = 0;$

$$\begin{cases} x + 0,8 = 0, \\ x - 0,8 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -0,8, \\ x = 0,8. \end{cases}$$

Ответ: $-0,8$.

5.



Дано: прямоугольный $\triangle ABC$ вписан в окружность; $\angle C = 90^\circ$; CH – высота; $\angle ACH = 60^\circ$; $BC = 16$ см.
Найти: R .

Решение

1) В прямоугольном $\triangle ACH$ $\angle A = 90^\circ - \angle ACH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

2) В $\triangle ABC$ катет BC лежит против угла в 30° , значит, $BC = \frac{1}{2} AB$,
 $AB = 2BC = 2 \cdot 16 = 32$ (см).

3) $R = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 32 = 16$ (см).

Ответ: 16 см.

$$\begin{aligned} 6. \quad & \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{1(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \\ & + \frac{1 \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} + \frac{1 \cdot (2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2-1^2} + \\ & + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} + \frac{2-\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} + \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = \\ & = \frac{\sqrt{2}-1}{1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1} + \frac{2-\sqrt{3}}{1} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + 2-\sqrt{3} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.



$$x \in (-5; 4) \cup \{5\}.$$

Наименьшее целое решение

$$x = -4.$$

Ответ: -4.

8. 1) $3x + y = 5;$

$$y = -3x + 5.$$

x	-4	1
y	17	2

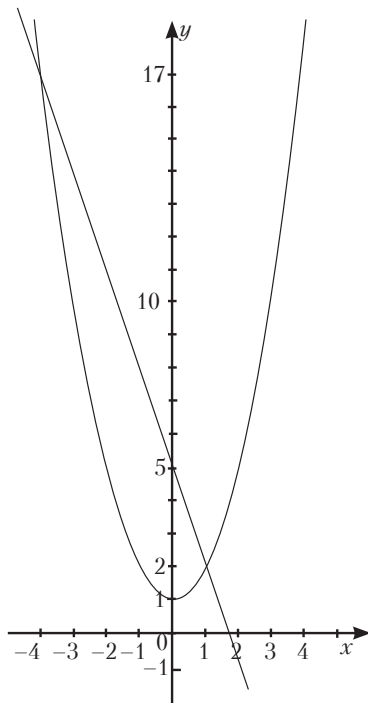
2) $y = x^2 + 1.$

x	0	± 1	± 2	± 3	± 4
y	1	2	5	10	17

Графики уравнений пересекаются в точках $(-4; 17)$ и $(1; 2)$.

Сумма ординат этих точек равна $17 + 2 = 19$.

Ответ: 19.



9. a_1, a_2, a_3 – арифметическая прогрессия (a_n) .

$$a_1 + a_2 + a_3 = 18;$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 18;$$

$$3a_1 + 3d = 18;$$

$$a_1 + d = 6.$$

Тогда $a_1 = 6 - d;$

$$a_2 = 6 - d + d = 6;$$

$$a_3 = a_2 + d = 6 + d;$$

$b_1 = a_1 - 2; b_2 = a_2 - 3; b_3 = a_3$ – геометрическая прогрессия (b_n) .

Тогда $b_1 = 6 - d - 2 = 4 - d;$

$$b_2 = 6 - 3 = 3;$$

$$b_3 = 6 + d;$$

$$b_1 \cdot b_3 = b_2^2, \text{ значит, } (4 - d)(6 + d) = 3^2;$$

Вариант 55

1. Ответ: в).

$$2. \frac{7^{15}}{7^{6+5}} = \frac{7^{15}}{7^{11}} = 7^{15-11} = 7^4.$$

Ответ: г).

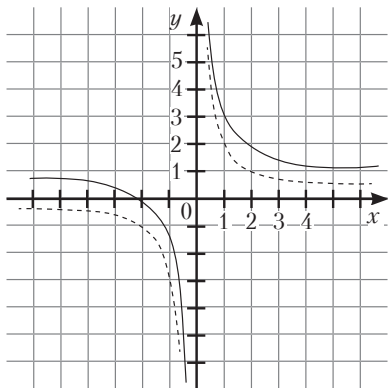
3. Ответ: б).

$$4. 900 : \frac{12}{100} = \frac{900 \cdot 100}{12} = 7500 \text{ (книг)} - \text{ всего в библиотеке.}$$

Ответ: 7500 книг.

5. График функции $y = \frac{2}{x} + 1$ – гипербола. Получается из графика функции $y = \frac{2}{x}$ сдвигом вдоль оси ординат на 1 единицу вверх. Поэтому вначале строим график функции $y = \frac{2}{x}$.

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	$-\frac{1}{4}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{4}$



Целое число, которое не принадлежит множеству (области) значений функции, $y = 1$.

Ответ: 1.

Зависимость между величинами в задаче обратно пропорциональная. Исходя из этого, составим и решим пропорцию:

$$\frac{1}{4} : \frac{4}{17} = x : 480;$$

$$\frac{4}{17} x = \frac{1}{4} \cdot 480;$$

$$\frac{4}{17} x = 120;$$

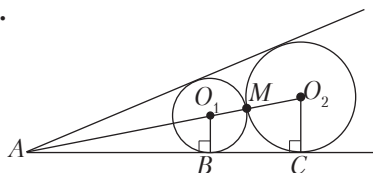
$$x = 120 : \frac{4}{17};$$

$$x = 120 \cdot \frac{17}{4};$$

$$x = 510.$$

Ответ: 510 деталей.

10.



Дано: O_1 и O_2 – центры вписанных в угол A окружностей;

$R_1 = 8$ см; $AO_1 = 40$ см.

Найти: R_2 .

Решение

- 1) Пусть B и C – точки касания, тогда по свойству касательной $O_1B \perp AC$ и $O_2C \perp AC$ как радиусы, проведенные в точки касания. Тогда $O_1B \parallel O_2C$, следовательно $\triangle AO_1B \sim \triangle AO_2C$.

Составим пропорцию: $\frac{O_2C}{AO_2} = \frac{O_1B}{AO_1}$; $\frac{O_2C}{AO_2} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$.

- 2) Пусть $O_2C = x$ см, $AO_2 = 5x$ см.

Так как $O_1M = O_1B = 8$ см; $O_2M = O_2C = x$ см,

то $5x = 40 + 8 + x$;

$$4x = 48;$$

$$x = 12.$$

Ответ: 12 см.

Вариант 68

1. *Ответ:* в).

2. $y(-1) = 3 \cdot (-1) - 2 = -3 - 2 = -5$.

Ответ: б).

3. *Ответ:* г).

4. $x = \frac{-5,6 \cdot (-0,25)}{-7} = -0,8 \cdot 0,25 = -0,2$.

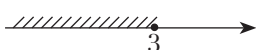
Ответ: $-0,2$.

5. Область определения данного выражения совпадает с множеством решений неравенства:

$$9 - 3x \geq 0;$$

$$-3x \geq -9;$$

$$x \leq 3.$$


$$x \in (-\infty; 3].$$

Натуральные значения переменной: 1; 2; 3.

Их сумма: $1 + 2 + 3 = 6$.

Ответ: 6.

6. $a_2 = 5$; $d = 2$.

Из формулы n -го члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \text{ имеем:}$$

$$a_2 = a_1 + d(2 - 1);$$

$$a_1 + 2 \cdot 1 = 5;$$

$$a_1 = 3;$$

$$a_6 = a_1 + d \cdot (6 - 1) = 3 + 2 \cdot 5 = 3 + 10 = 13.$$

Ответ: 13.

Вариант 69

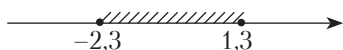
1. Ответ: в).

2. $120 \cdot \frac{30}{100} = 36.$

Ответ: в).

3. Ответ: г).

4. $-2,3 \leq x \leq 1,3.$



$x \in [-2,3; 1,3].$

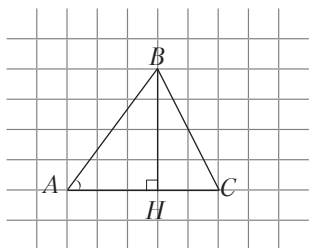
Целые решения: $-2; -1; 0; 1.$

Ответ: $-2; -1; 0; 1.$

5. По формуле n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$
 $b_4 = b_1 q^{4-1} = 5 \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40.$

Ответ: 40.

6.



Дано: $\triangle ABC.$

Найти: $\sin \angle BAC.$

Решение

1) Проведём $BH \perp AC$. Тогда по теореме Пифагора

$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$$

2) $\sin \angle BAC = \frac{BH}{AB} = \frac{4}{5}.$

Ответ: $\frac{4}{5}.$

7. $x^2 - 8x + 16 - x^2 - 12x - 36 - 30 = 0;$

$-20x - 50 = 0;$

$-20x = 50;$

$x = -2,5.$

Ответ: $-2,5.$